

具有参数摄动的时滞 Hopfield 神经网络的鲁棒稳定性

季 策, 张化光

(东北大学信息科学与工程学院, 辽宁沈阳 110004)

摘 要: 研究一类具有参数摄动的时滞 Hopfield 神经网络模型的鲁棒稳定性. 应用 Lyapunov 泛函法, 给出了平衡点渐近稳定的充分条件. 利用矩阵范数的性质及线性矩阵不等式(LMI)理论, 又得到了两个便于计算和验证的推论. 提供了一种估计网络渐近稳定平衡点吸引域的方法, 并详尽地分析了吸引域对神经网络实现联想记忆的影响. 数值例子进一步证明了结论的有效性.

关键词: Hopfield 神经网络; 参数摄动; 鲁棒稳定性; 线性矩阵不等式; 吸引域

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 01-0115-04

Robust Stability of Time-Delayed Hopfield Neural Networks with Parameter Perturbations

Ji Ce, ZHANG Hua-guang

(Institute of Information Science and Engineering, Northeastern University, ShenYang, Liaoning 110004, China)

Abstract: Robust stability of a class of time delayed Hopfield neural network model with parameter perturbations is investigated. The sufficient condition of the asymptotic stability of equilibrium point is obtained by use of Lyapunov functional. By the properties of matrix norm and the theory of liner matrix inequality (LMI), two computable and verifiable corollaries can be derived. A method of estimating the domain of attraction of equilibrium point is given, and the effect of the domain of attraction to the associated memory is analyzed in details. The numerical samples have proved the effectiveness of the results.

Key words: Hopfield neural networks; parameter perturbations; robust stability; LMI; domain of attraction

1 引言

互连结构对称的 Hopfield 神经网络作为典型的反馈型神经网络, 具有较强的联想记忆及优化计算的能力, 其模型的稳定性研究已受到广泛的关注^[1-3]. 然而, 由于参数摄动及建模误差的影响, 互连结构要实现完全对称是很难的; 另一方面, 在 Hopfield 神经网络的实现过程中, 由于放大器转换速度的限制, 又会不可避免地引入时滞, 并可能引起震荡及系统的不稳定. 因此, 在分析 Hopfield 神经网络的稳定性时, 考虑时滞及参数摄动的影响是很重要的. 文献[4~6]对互连结构存在参数摄动的情况进行了必要的分析. 然而, 在文献[4]中却假定扰动后的互连矩阵 T 仍为对称, 这样的假定在实际应用中很难实现. 针对上述情况, 本文将研究一类由于参数摄动而使得互连结构为非对称的 Hopfield 神经网络模型的鲁棒稳定性. 通常, 当互连矩阵不再为对称时, 神经网络模型将不再具有全局稳定特性. 因此, 我们只研究网络在平衡点处的鲁棒稳定性. 通过引入一个适当的 Lyapunov 泛函, 给出了平衡点渐近稳定的充分条件, 这些条件仅包含一个对矩阵或不等式的某种检验. 利用线性矩阵不等式方法, 得到了一个便于验证和计

算的推论. 文中还对平衡点的吸引域做出了估计, 并详细分析了吸引域与神经网络实现联想记忆的关系. 最后, 通过数值例子进一步证明了结论的有效性.

2 网络模型

无参数摄动的时滞 Hopfield 神经网络模型如下

$$\dot{x} = -Cx(t) + TS(x(t-\tau)) + I \quad (1)$$

其中, $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathcal{R}^n$ 表示与神经元相关的状态变量, $C = \text{diag}[c_1, \dots, c_n]$, $c_i > 0$, $i = 1, \dots, n$ 表示神经元的自反馈, 对称矩阵 $T = [t_{ij}] \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 表示神经元的互连, $I = (I_1, \dots, I_n)^T \in \mathcal{R}^n$ 为表示偏置项的常数向量, $S(x) = [s_1(x_1), \dots, s_n(x_n)]^T$ 为表示激活函数的向量, 其中 $s_i(x_i)$, $i = 1, \dots, n$ 满足后面的假设 1, 且有 $s_i(0) = 0$, $\tau > 0$ 表示传输延迟.

系统(1)的初始函数为 $x(s) = \varphi(s)$, 其中 $s \in [-\tau, 0]$, $\varphi \in C([-\tau, 0], \mathcal{R}^n)$. $C([-\tau, 0], \mathcal{R}^n)$ 表示从 $[-\tau, 0]$ 到 $\mathcal{R}^n$ 的所有连续函数的集合.

若令 $\tilde{x} = x - x_e$, 其中 x_e 为网络的平衡点, 并定义

$$\tilde{S}(\tilde{x}) = S(\tilde{x} + x_e) - S(x_e) \quad (2)$$

则经过变换后可得到与系统(1)相对应的平移系统

$$\tilde{x} = -C\tilde{x} + T\tilde{S}(\tilde{x}(t-\tau)) \quad (3)$$

若忽略各变量上的,并考虑参数摄动的影响,则可将系统(3)记为

$$\dot{x} = -(C + \Delta C)x + (T + \Delta T)S(s(t-\tau)) \quad (4)$$

上式即为我们所要研究的具有参数摄动的时滞 Hopfield 神经网络模型. 其中, $\Delta C = \text{diag}[\Delta c_1, \dots, \Delta c_n] \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $i = 1, \dots, n$, $\Delta T \in \mathcal{R}^{n \times n}$. 此时, 由于摄动项 ΔT 的影响, $T + \Delta T$ 为非对称矩阵. 式(4)中其余各变量的定义同式(1). 显然, 原点 $x = 0$ 即为系统(4)的一个平衡点. 下面, 我们将给出系统(4)的平衡点 $x = 0$ 为渐近稳定的充分条件.

3 鲁棒稳定性

引理^[7]: 若 U , V 和 W 为具有适当维数的实矩阵, 且 $M = M^T$, 则

$$M + UVW + W^T V^T U^T < 0 \quad (5)$$

对于所有的 $V^T V \leq I$ 成立, 当且仅当存在一个正常数 ε , 使得

$$M + \varepsilon^{-1}UU^T + \varepsilon W^T W < 0 \quad \text{成立.} \quad (6)$$

为证明平衡点 $x = 0$ 的渐近稳定性, 还需做如下假设:

假设 1 函数 $s_i(x_i)$ 满足下列扇区条件

$$0 \leq \frac{s_i(x_i)}{x_i} \leq \sigma_i^M \quad (7)$$

其中, $i = 1, \dots, n$.

假设 2 系统(4)的参数摄动项 $\|\Delta C\|$, $\|\Delta T\|$ 满足下列匹配条件

$$[\Delta C \quad \Delta T] = HF[A \quad B] \quad (8)$$

其中, F 为代表参数不确定性的未知矩阵, 且满足 $F^T F \leq I$, A , B , H 为不确定项中具有适当维数的常数矩阵.

定理: 对于任意的有界时滞 τ , 如果存在一个正定矩阵 P 和一个正对角矩阵 $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_n]$, $\lambda_i > 0$, $i = 1, \dots, n$, 使得矩阵

$$S^M = -[(C + \Delta C)^T P + P(C + \Delta C)] + \Lambda + P(T + \Delta T) \sum_{i=1}^M \Lambda^{-1} \sum_{j=1}^M (T + \Delta T)^T P M < 0 \quad (9)$$

成立, 其中 $\sum_{i=1}^M = \text{diag}[\sigma_1^M, \dots, \sigma_n^M]$, 则系统(4)的平衡点 $x = 0$ 是渐近稳定的.

证明: 将式(4)重写为

$$\dot{x}(t) = -(C + \Delta C)x(t) + (T + \Delta T) \sum_{i=1}^M (x(t-\tau)) x(t-\tau) \quad (10)$$

其中, $\sum_{i=1}^M(x) = \text{diag}[\sigma_1(x_1), \dots, \sigma_n(x_n)]$,

$$\sigma_i(x_i) = s_i(x_i)/x_i, \quad i = 1, \dots, n$$

则有 $\sigma_i(x_i) \in [0, \sigma_i^M]$.

在此, 我们引入如下形式的 Lyapunov 泛函

$$V(x_t) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau}^t x^T(\theta)\Lambda x(\theta)d\theta \quad (11)$$

则显然有 $\lambda_{\min}(P) \|x_t(0)\|^2 \leq V(x_t) \leq (\lambda_{\max}(P) + \tau \lambda_{\max}(\Lambda)) \|x_t\|^2$. 上式中, x_t 表示在初始函数 $\varphi(s)$ 下的系统的解, 对于 $s \in [-\tau, 0]$, 定义 $x_t \in [-\tau, 0]$, $\mathcal{R}^n$ 为 $x_t(s) = x(t+s)$, 其

中 $t > 0$, $x \in C([- \tau, +\infty], \mathcal{R}^n)$. $C([- \tau, +\infty], \mathcal{R}^n)$ 表示从 $[- \tau, +\infty]$ 到 $\mathcal{R}^n$ 的所有连续函数的集合.

沿着系统式(10)的任意解, $V(x_t)$ 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) &= \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)\dot{P}x(t) + x^T(t)\Lambda x(t) - x^T(t-\tau)\Lambda x(t-\tau) \\ &= -x^T(t)[(C + \Delta C)^T P + P(C + \Delta C)]x(t) + x^T(t)\Lambda x(t) + x^T(t)P(T + \Delta T) \sum_{i=1}^M (x(t-\tau)) \\ &\quad \Lambda^{-1} \sum_{j=1}^M (x(t-\tau)) (T + \Delta T)^T P x(t) - \left[\Lambda^{1/2} x(t-\tau) - \Lambda^{1/2} \sum_{i=1}^M (x(t-\tau)) (T + \Delta T)^T P x(t) \right]^T \\ &\quad \left[\Lambda^{1/2} x(t-\tau) - \Lambda^{1/2} \sum_{i=1}^M (x(t-\tau)) (T + \Delta T)^T P x(t) \right] \\ &\leq -x^T(t)[(C + \Delta C)^T P + P(C + \Delta C)]x(t) + x^T(t) \cdot \Lambda x(t) + x^T(t)P(T + \Delta T) \sum_{i=1}^M (x(t-\tau)) \Lambda^{-1} \\ &\quad \sum_{j=1}^M (x(t-\tau)) (T + \Delta T)^T P x(t) \end{aligned} \quad (12)$$

如果对于任意给定的 t , 令 $y^T(t) = (y_1, \dots, y_n) = x^T(t)P(T + \Delta T)$, 则式(12)的最后一项具有如下形式

$$\begin{aligned} y^T \sum_{i=1}^M (x(t-\tau)) \Lambda^{-1} \sum_{j=1}^M (x(t-\tau)) y &= \sum_{i=1}^n y_i^2 \lambda_i^{-1} \sigma_i^2(x_i(t-\tau)) \leq \sum_{i=1}^n y_i^2 \lambda_i^{-1} (\sigma_i^M)^2 \\ &= x^T(t)P(T + \Delta T) \sum_{i=1}^M \Lambda^{-1} \sum_{j=1}^M (T + \Delta T)^T P x(t) \end{aligned} \quad (13)$$

考虑式(13), 则式(12)为

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) &\leq x^T(t) \{ -[(C + \Delta C)^T P + P(C + \Delta C)] + \Lambda + P(T + \Delta T) \sum_{i=1}^M \Lambda^{-1} \sum_{j=1}^M (T + \Delta T)^T P \} x(t) \\ &= x^T(t) S^M x(t) \end{aligned} \quad (14)$$

因此, 如果矩阵 $S^M < 0$, 则有 $\dot{V}(x_t) < 0$. 故根据泛函微分方程的 Lyapunov 稳定性理论^[8]可知, 对于任意的有界时滞 $\tau > 0$, 系统(4)的平衡点 $x = 0$ 是渐近稳定的.

根据矩阵范数的定义及性质, 容易证明下列推论成立.

推论 1 对于任意的有界时滞 $\tau > 0$, 系统(4)的平衡点 $x = 0$ 是渐近稳定的, 若

$$2\|P_0\| \cdot \|\Delta C\| + \|P_0\|^2 \cdot \|\Delta T\|^2 (\bar{\sigma}^M)^2 + 2\|P_0\|^2 \cdot \|T\| \cdot \|\Delta T\| (\bar{\sigma}^M)^2 < 1 \quad (15)$$

成立, 其中 $P_0 = \text{diag}[1/c_1, \dots, 1/c_n]$, $\bar{\sigma}^M = \max\{\sigma_i^M : 1 \leq i \leq n\}$.

此时, $\|\cdot\|$ 表示由 Euclid 向量范数诱导出的矩阵范数, 即 $\|P_0\| = \sqrt{\lambda_{\max}(P_0^T P_0)}$.

在式(9)中令 Λ 为单位阵, $P = P_0$, 即可得出该推论.

推论 2 对于任意的有界时滞 $\tau > 0$, 系统(4)的平衡点 $x = 0$ 是渐近稳定的, 如果存在正定矩阵 P , 正常数 ε 及一个正对角矩阵 $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_n]$, $\lambda_i > 0$, $i = 1, \dots, n$, 使得下列线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} -C^T P - PC + \Lambda + \varepsilon A^T A & PTE^M - \varepsilon A^T BE^M & PH \\ E^M T^T P - \varepsilon E^M B^T A & -\Lambda + \varepsilon E^M B^T BE^M & 0 \\ H^T P & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} \quad (16)$$

证明: 根据 Schur 补定理^[9], 可将 $S^M < 0$ 表示为下列的线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -[(C + \Delta C)^T P + P(C + \Delta C)] + \Lambda & P(T + \Delta T)E^M \\ E^M(T + \Delta T)^T P & -\Lambda \end{bmatrix} \quad (17)$$

若单独考虑参数摄动的影响, 且利用式(8), 则可将上式表示为

$$\begin{bmatrix} -C^T P - PC + \Lambda & PTE^M \\ E^M T^T P & -\Lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} PH \\ 0 \end{bmatrix} F[-A \quad BE^M] + \begin{bmatrix} -A^T \\ E^M B^T \end{bmatrix} F^T [H^T P] < 0 \quad (18)$$

再由引理可知, 对于所有的 $F^T F \leq I$, 式(18)成立, 当且仅当存在一个正常数 ε , 使得下列线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} -C^T P - PC + \Lambda & PTE^M \\ E^M T^T P & -\Lambda \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} PHH^T P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} A^T A & -A^T B E^M \\ -E^M B^T A & E^M B^T B E^M \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

整理上式, 可得

$$\begin{bmatrix} -C^T P - PC + \Lambda + \frac{1}{\varepsilon} PHH^T P + \varepsilon A^T A & PTE^M - \varepsilon A^T B E^M \\ E^M T^T P - \varepsilon E^M B^T A & -\Lambda + \varepsilon E^M B^T B E^M \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

由 Schur 补定理可知, 式(20)与式(16)是等价的, 推论得证.

推论 2 是用线性矩阵不等式(LMI)的形式表示的, 因此可以通过计算机在 MATLAB 环境下有效地求解.

4 吸引域的估计

由于参数摄动的影响而使得平衡点 $x = 0$ 不再具有全局渐近稳定性, 因此, 给出平衡点吸引域的估计就显得尤为需要. 此外, 吸引域也是衡量神经网络实现联想记忆能力的一个指标, 吸引域越大, 神经网络实现联想记忆的能力越强, 即有更多的状态最终会运动到平衡点而趋于稳定. 下面, 将给出吸引域的定义及系统(4)的平衡点 $x = 0$ 的吸引域的估计方法.

定义: 设 x_e 是系统的一个渐近稳定平衡点. 若存在 $x = x_e$ 的一个邻域 $D = \{x: \|x - x_e\| < r\}$, 对于此邻域内的任意初始值 $x_0 \in D$, 系统的解 $x(t, t_0, x_0)$ 收敛于 x_e , 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t, t_0, x_0) = x_e$, 则称 D 为 x_e 的一个吸引域.

当摄动范数 $\|\Delta C\|$, $\|\Delta T\|$ 先验已知时, 可以根据前面的推论 1 对平衡点的吸引域做出估计. 令 $\delta_i \in \mathcal{R}$ 是使得 $s_i(x_i)/x_i < \sqrt{(1 - 2\|P_0\| \cdot \|\Delta C\|)/Q}$ 成立的、包括零在内的最大开区间, 包括无穷区间, 其中

$$Q = \|P_0\|^2 \cdot \|T\|^2 + \|P_0\|^2 \cdot \|\Delta T\|^2 + 2\|P_0\|^2 \cdot \|T\| \cdot \|\Delta T\| = (\|P_0\| \cdot \|T\| + \|P_0\| \cdot \|\Delta T\|)^2 \quad (21)$$

定义 $H = \bigcap_{i=1}^n \delta_i$ 是 $\mathcal{R}$ 中的一个开超长方形, 因此对于任意的 $x \in H$, 有 $s_i(x_i)/x_i \in \sqrt{(1 - 2\|P_0\| \cdot \|\Delta C\|)/Q}$, $i = 1, \dots, n$. 若令 $P = P_0$, Λ 为单位阵, 则定理证明过程中所用的 Lyapunov 泛函

$$V(x_t) = x^T(t) P_0 x(t) + \int_{t-\tau}^t x_i^T(\theta) x_i(\theta) d\theta \quad (22)$$

再令 $r \geq 0$, 并定义

$$V_r = \left\{ x_i \in C([- \tau, 0], \Omega) : V(x_t) = x^T(t) P_0 x(t) + \int_{t-\tau}^t x_i^T(\theta) x_i(\theta) d\theta < r \right\} \quad (23)$$

当 r 充分小时, 有 $V_r \subset C([- \tau, 0], H)$. 令 $r_0 = \sup\{r \geq 0: V_r \subset C([- \tau, 0], H)\}$, 则式(4)的平衡点 $x = 0$ 的吸引域的一个子集是 V_{r_0} . 尽管这种估计方法适用于任意的有界时滞 τ , 但从前面的分析不难看出, V_{r_0} 依赖于时滞 τ 的边界, 即随着时滞边界的增加, 吸引域 V_{r_0} 将减小.

由于上述推论给出的是平衡点 $x = 0$ 为渐近稳定的充分条件, 因此当推论的条件不成立时, 平衡点 $x = 0$ 也可能是渐近稳定的. 在这种情况下, 我们可以应用文献[10]和[11]中的结论, 对平衡点 $x = 0$ 的吸引域做出估计. 根据文献[10], 系统(4)在原点 $x = 0$ 的某个邻域内对应的线性化系统为

$$\dot{x}(t) = -(C + \Delta C)x(t) + (T + \Delta T)D(0)x(t - \tau) \quad (24)$$

其中 $D(x) = \text{diag}\{s'_1(x_1), \dots, s'_n(x_n)\}$, $s'_i(x_i) = \frac{ds_i(x_i)}{dx_i}$, $i = 1, \dots, n$.

再根据文献[11]可以证明, 如果对于任意的有界时滞 τ ,

$$Q < \frac{1 - 2\|P_0\| \cdot \|\Delta C\|}{\|D(0)\|^2} \quad (25)$$

则系统(24)的平衡点 $x = 0$ 是渐近稳定性的. 此时, 系统(4)的平衡点 $x = 0$ 在原点的一个邻域内必是渐近稳定的(文献[10]的定理 12.9.1), 即 $x = 0$ 是一个局部稳定吸引子. 因为对于每一个 $i = 1, \dots, n$, 根据式(25)总有

$$s'_i(0) < \sqrt{(1 - 2\|P_0\| \cdot \|\Delta C\|)/Q} \quad (26)$$

因此, 应用(26)式同样可以对平衡点 $x = 0$ 的吸引域做出估计, 估计过程中 H 及 Lyapunov 泛函的选取都与推论成立时的选取方法相似.

注: 系统本身存在参数摄动, 就会对吸引域的大小产生影响, 进而影响到神经网络实现联想记忆的能力. 通常, 神经网络参数摄动的范数 $\|\Delta C\|$, $\|\Delta T\|$ 是有界的, 因此, 可以利用本文给出的吸引域的估计方法, 通过调整网络参数来控制吸引域的范围; 另一方面, 从前面的分析中可以看出, 当摄动范数 $\|\Delta C\|$, $\|\Delta T\|$ 增大时, 平衡点的吸引域将减小, 神经网络实现联想记忆的能力减弱, 网络将呈现不稳定的趋势; 反之, 亦然. 这一点, 通过式(15)也可以做出合理的解释.

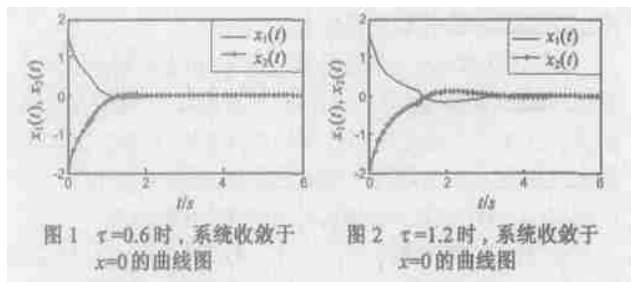
5 仿真结果

在此, 我们通过对系统(4)的数值仿真来验证推论 1 的有效性.

为系统(4)选取各参数如下: $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $\|\Delta C\| \leq 0.3$, $T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$, $\|\Delta T\| \leq 0.26$, $P_0 = C^{-1} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{bmatrix}$,

$S(x) = \left[\frac{2}{\pi} \tan^{-1}(0.7x_1), \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(0.8x_2) \right]^T$. 将 $S(x)$ 在原点处线性化后有, $\sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} 1.4/\pi & 0 \\ 0 & 1.6/\pi \end{bmatrix}$, 因此 $\bar{\sigma}^H = 1.6/\pi$. 将上述各矩阵的范数及 $\bar{\sigma}^H$ 的值代入式(15), 有 $0.5447 < 1$. 因此,

由推论 1 可知, 对于任意的有界时滞 $\tau > 0$, 系统 (4) 的平衡点 $x = 0$ 是渐近稳定的. 当 $\tau = 0.6$ 时, 吸引域的一个子集是 $C([- \tau, 0], V_{r1})$, 其中 $V_{r1} = \{x \in \mathcal{R}: |x| < 2.93\}$; 当 $\tau = 1.2$ 时, 吸引域的一个子集是 $C([- \tau, 0], V_{r2})$, 其中 $V_{r2} = \{x \in \mathcal{R}: |x| < 2.62\}$. 容易看出, 随着时滞边界的增加, 吸引域在减小. 图 1 和图 2 分别给出了 $\tau = 0.6$ 和 $\tau = 1.2$ 时, 系统的状态收敛于平衡点 $x = 0$ 的曲线图. 其中, 为便于仿真, 取初始函数为常值函数 $x_0 = [1.6, -1.9]^T$.



由仿真结果可以看出, 当初始值位于吸引域内时, 对于任意的有界时滞, 系统的状态曲线明显收敛于渐近稳定平衡点 $x = 0$.

6 结论

在利用电路实现神经网络的过程中, 时滞及参数摄动是不可避免的. 针对这一情况, 本文研究了一类具有参数摄动的时滞 Hopfield 神经网络的鲁棒稳定性问题, 给出了对于任意的有界时滞, 网络的平衡点 $x = 0$ 均为渐近稳定的充分条件. 由于参数摄动的范数通常是有界的, 因此我们又利用矩阵范数的定义, 给出了一个在实际中便于计算的推论. 最后, 通过一个仿真实例验证了结论的有效性. 下一步, 我们将对能否得出依赖于时滞的系统鲁棒稳定性结论 (这将是一个具有更小保守性的结论) 以及具有变时滞的该类网络模型的鲁棒稳定性做进一步的探讨.

参考文献:

- [1] Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences USA, 1982, 79(8): 2554–2558.
- [2] Quan Y B, Zhang H G. Modeling and control based on a new neural network model[A]. In: Proceedings of American Control Conference [C], Washington, America, 2001.
- [3] Liu D R, Lu Z. A new synthesis approach for feedback neural networks

based on the perceptron training algorithm[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1997, 8(12): 1468–1482.

- [4] 谭莹, 何振亚. 一种神经网络参数扰动算法及其在机械手控制中的应用[J]. 机器人, 1997, 19(6): 438–443.
- [5] Liu D R, Michel A N. Robustness analysis of a class of neural networks [A]. In: Proceedings of the 36th Midwest Symposium on Circuit and Systems [C]. Detroit, MI, USA, 1993, II: 1077–1080.
- [6] 许荔秦, 胡东成. 混合故障模型下离散 Hopfield 联想存储器的鲁棒性[J]. 清华大学学报 (自然科学版), 1999, 39(7): 46–49.
- [7] Singh V. Robust stability of cellular neural networks with delay: linear matrix inequality approach[J]. IEE Proc- Control Theory Appl., 2004, 151(1): 125–129.
- [8] Michel A N, Wang K, Hu B. Qualitative Theory of Dynamical Systems: The Role of Stability Preserving Mappings[M]. Second Edition. New York, NY: Marcel Dekker, 2001.
- [9] Boyd S, El Ghaoui L, Feron E, et al. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[M]. SIAM, Philadelphia, 1994.
- [10] Hale J. Theory of Functional Differential Equations. Berlin, German: Springer Verlag, 1977.
- [11] Khusainov D Y, Yun'kova E A. Estimation of magnitude of retardation in linear differential systems with deviated argument. Ukrainskii Matematicheskii Zhurnal, 1981, 35(2): 261–264.

作者简介:



季 策 女, 1969 年 6 月生于沈阳, 现为东北大学信息学院博士研究生, 1991 年毕业于大连理工大学电子系, 获学士学位; 1997 年于东北大学工业自动化专业获硕士学位, 主要研究方向为人工神经网络及非线性系统. E-mail: hanfj119@163.net.



张化光 男, 1959 年 5 月生于吉林市, 东北大学信息学院教授, 博士生导师, 主要研究方向为神经网络及模糊自适应控制, 曾获国家自然科学基金、国家杰出青年科学基金等多项奖励, 在国内外权威杂志及重要会议上发表论文一百余篇.